

手紙利用 9

2つの続いた偶数4, 6について, $6^2 - 4^2$ を計算すると20となり, 4と6の和の10の2倍に等しくなる。このように「2つの続いた偶数では, 大きい偶数の平方から小さい偶数の平方をひいた差は, はじめの2つの偶数の和の2倍に等しくなる。」ことを, 文字 n を使って証明せよ。ただし, 証明は「 n を整数とし, 小さい偶数を $2n$ とする。」に続けて完成させよ。
[長崎県]

n を整数とし, 小さい偶数を $2n$ とする。

このとき下さいの偶数は $2n+2$ とする。

問題より

$$\begin{aligned}(2n+2)^2 - (2n)^2 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \\ &= 8n + 4 \\ &= 2(4n + 2) \\ &= 2\{(2n+2) + 2n\}\end{aligned}$$

これは 大きい偶数と小さい偶数の和の2倍であることと意味するので, 以上で証明された。