

整数の範囲でしか計算できない、幼児用の計算機があります。

この計算機で割り算をすると、整数範囲で割り切れないときは、答え(商)の整数部分のみが表示されます。例えば、「 $7 \div 3$ 」と入力すると、「2」になってしまいます。

いま、この計算機を用いて、ある整数(「はじめの数」ということにします)を、計算機に0が表示されるまで、繰り返し2で割ることにします。例えば、はじめの数を「29」とすると、「29 14 7 3 1 0」と表示され、計算を終えます。

いま、ある「はじめの数」について、上記の作業を行ったところ、途中で「7」が表示されました。このとき、「はじめの数」として考えられる整数のうち、1000未満であるものは何通りあるでしょうか。ただし、「はじめの数」が7である場合は含まないものとします。 [230通り]

解答例

物理好き

7を通過する(?)ものの最大値は $2^{n-1}$ (題意よりnは4以上)

数は $2^{n-3}$ 個

$2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 - 24$

$-24$ は1000以上のものを引く作業

答えは230。

今年から高齢者

$7 \leq X < 8$ の値に2をかけてゆけばよいので、 $7 \cdot 2^n \sim 8 \cdot 2^{n-1}$ の整数(n=1)としてあとは999以下を数えました。