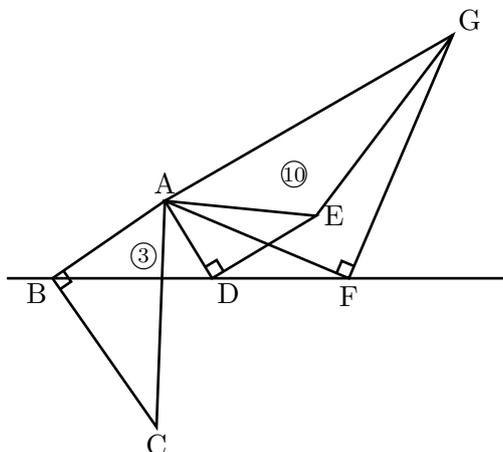


【980回】



上の図で, $\triangle ABC$, $\triangle ADE$, $\triangle AFG$ はいずれも直角三角形で, それぞれ辺の比が,
 $AB : BC : CA = 3 : 4 : 5$
 $AD : DE : EA = 3 : 4 : 5$
 $AF : FG : GA = 3 : 4 : 5$
 となっています。また, 3点 B, D, F は一直線上にあります。
 では, $\triangle ABD$ と $\triangle AEG$ の面積比が $3 : 10$ であり, $BD = 1 \text{ cm}$ であるとき, DF の長さは
 何 cm であるかを求めてください。 [$\frac{6}{5} \text{ cm}$, or, 1.2 cm]

にゃもー君

出題時は3時間睡眠で頭が回らず、お手上げだったのですが
 睡眠時間を5時間程度確保し、頭をクリアにしたら、あっさり解けました。

角 GAF と角 EAD が等しいことと

$GA : AF = EA : AD = 5 : 3$ であることから

$\triangle AFG$ と $\triangle ADF$ が相似 面積は辺の比 $5 : 3$ なので, $25 : 9$

よって, $\triangle AFG = 10$ だとすると $\triangle ADF = 10 \times 9 / 25 = 18 / 5$

$\triangle ABD = 3$ なので, $BD : DF = 3 : 18 / 5 = 15 : 18 = 5 : 6$

$BD = 1 \text{ cm}$ なので, $DF = 1.2 \text{ cm}$ ないし $6 / 5 \text{ cm}$

問題の勘所を見抜く力が試される問題でした。

uchinyan

はい, こんにちは。さて, 今回の問題は ... 何か図形は久しぶりの気がします。

最初に問題を見たときには「うへー, 面倒そう」と思ったのですが, ぼんやり図を眺めていたら「なァ~んだ」という感じ。

算チャレとしては, 気付けば易ですが, 気付くかどうかも含めて標準的かな。こんな感じ。

$\triangle ABC$, $\triangle ADE$, $\triangle AFG$ は相似ですが, 特に, $\triangle ADE \sim \triangle AFG$ より,
 $\angle DAE = \angle FAG$, $\angle DAF = \angle DAE - \angle EAF = \angle FAG - \angle EAF = \angle FAG$, $AD : AE = 3 : 5 = AF : AG$, $\triangle ADF \sim \triangle AEG$, 相似比は $3 : 5$,

$ADF : AEG = 9 : 25$, $ABD : AEG : ADF = 3 : 10 : (10 * 9/25) = 15 : 50 : 18$, $ABD : ADF = 15 : 18 = 5 : 6$,

B, D, F は同一直線上にあるので, $BD : DF = ABD : ADF = 5 : 6$, がいえ, $BD = 1 \text{ cm}$ より, $DF = 1 * 6/5 = 6/5 \text{ cm}$, になります。

最初は ABC に目が行ってしまいこれをどう使うか分からずに面倒に思ったのですが, 結局, ABC はダミーで不要でしたね。

いずれにせよ, $DAF = EAG$ と $ADF = AEG$ に気付けば後は容易ですが, この相似は算数としては少し難しいかも知れません。

ADF を A を中心に回転し AEG に重ねて考えるのが分かりやすそうですね。