

【987回】

100以下の奇数すべてをかけ算してできる数について、下3ケタを求めてください。

〔875〕

景

$$(2n-3)(2n-1)(2n+1)(2n+3) \equiv 1 \pmod{8}$$

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots = 1 \cdot 3 \cdot 1^{12} = 3 \text{ より}$$

125, 375, 625, 875のうち mod8 で=3になるものを

あめい

算数的かわかりませんが

一の位、 $3 \cdot 7 = 1$ 、 $9 \cdot 9 = 1$ (9個あるので9)よって5以外で影響あるのは9

$$125 \cdot 9 = 1125, 375 \cdot 9 = 3375, 625 \cdot 9 = 5625, 875 \cdot 9 =$$

7875と9倍しても下三桁は9倍する前と変わらないので

$5 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \dots \cdot 95$ の下三桁がわかれば答もそれと同じ

そこで $5 \cdot 15 \cdot 25 = 1875$ の下三桁875に35, 45, 55...と順に掛けて下三桁を見ると875, 625, 125, 875を繰り返していて95を掛けたときが875。

(計算力もなく、EXCELさんに頼っての計算でしたが)

*Jママさんときっと同じですね。

今年から高齢者

辿り着いたところは、#45152の他、多くの方と一緒にでした。

奇数を全て掛けた数をX、下3桁をaとすると、 $X = 125 \cdot 8^n + a$

Xは5, 25, 125, 625, ..., 5^{10} の倍数である必要があり、 $a = 125 \cdot b$ 。

一方、1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...の各々を8で割ると、余りは、1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, ...。

$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ を8で割った余りは、1。なので「1, 3, 7, 1」の4つを繰り返す。1~99までかけた場合の8で割った余りは3。

$125 \cdot b$ を8で割った余りが3なので $b=7$ 。 $a=125 \cdot 7=875$ うまくできた問題でした。