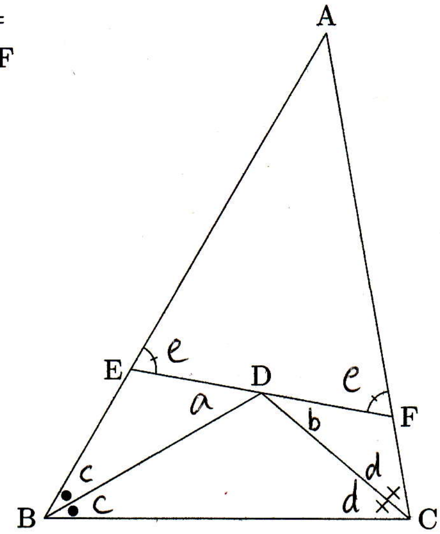
右の△ABCで∠ABC,∠ACBの二等分線との交点をDとする。点Dを通って線分EFを引いたとき、△AEFは∠AED＝∠AFDの二等辺三角形になった。このとき、△BDE∽△DCFであることを証明しなさい。



∠BDE＝a
∠CDF＝b

∠EBD＝∠DBC＝c
∠DCB＝∠FDC＝d
∠AED＝∠AFD＝e とする。

三角形の内角と外角の関係より

$a+c=e$ ―①
$b+d=e$ ―②

①－②より
$a-b+c-d=0$ ―③
∠BDC＝180°－c－d で直線の角は180°であるから
$180°-c-d+a+b=180°$ これより、
$a+b-c-d=0$ ―④
③＋④

$$
\begin{array}{rl}
 & a-b+c-d=0 \\
+) & a+b-c-d=0 \\
\hline
 & 2a\qquad -2d=0
\end{array}
$$

∴ $a=d$ ゆえに $b=c$

△BDEと△DCFで上のことから
∠DBE＝CDF …⑤
∠EDB＝∠FCD …⑥
⑤、⑥より2組の角がそれぞれ等しいので
△BDE∽△DCF